# Beispiel zum Verfahren von Heinrich, Phase I

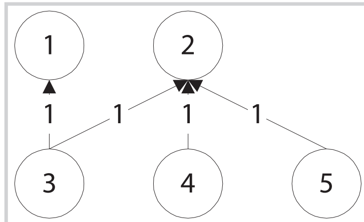


Bild D.11: Generelle Erzeugnisstruktur (Beispiel)

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | $D_k$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{1t}$ | 5 | 12 | 8 | 9 | 7 | 19 | 11 | 9 | 10 |
| $d_{2t}$ | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 40 |

Tabelle D.1: Bedarfsmengen für die Endprodukte 1 und 2

Vor der Beschreibung der zweiten Verfahrensstufe soll zunächst der Ablauf der Stufe 1 anhand des folgenden Beispiels erläutert werden. Wir betrachten eine Erzeugnisstruktur mit zwei Endprodukten und drei Einzelteilen (siehe Bild D.11). Die Primärbedarfsmengen der beiden Endprodukte verlaufen in einem Planungszeitraum der Länge $T = 8$ wie in Tabelle D.1 dargestellt.

Sämtliche Direktbedarfskoeffizienten $a_{kj}$ sind 1. Die aus den in Tabelle D.1 angegebenen Primärbedarfsmengen unter Beachtung der Erzeugnisstruktur abgeleiteten Durchschnittsbedarfsmengen ($D_k$) sowie die Kostensätze ($s_k$, $e_k$, $h_k$) und die Dispositionsstufennummern ($u_k$) aller Erzeugnisse sind in Tabelle D.2 zusammengefaßt.

| $k$ | $D_k$ | $s_k$ | $e_k$ | $h_k$ | $u_k$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 400 | 1 | 2 | 0 |
| 2 | 40 | 200 | 1 | 9 | 0 |
| 3 | 50 | 50 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 40 | 100 | 4 | 4 | 1 |
| 5 | 40 | 100 | 3 | 3 | 1 |

Tabelle D.2: Daten des Beispiels

Die Berechnungen der Phase I des Verfahrens verlaufen wie folgt:

# Beispiel zum Verfahren von Heinrich

| Schritt A: | Ermittlung einer Startlösung |
|---|---|
| $b = 2;\ t_k = 1\ (k = 1, ..., 5)$ | Für jedes Produkt wird in jeder Periode ein Los aufgelegt. |
| $Z_{\text{alt}} = 850.00$ | Die durchschnittlichen Kosten pro Periode für diese Startlösung sind gleich der Summe der Rüstkosten. |

| Schritt B: | Verlängerung der Produktionszyklen |
|---|---|
| ● $u = 0$ | Dispositionsstufe 0 |
| ●● $k = 1$ | Produkt 1 |
| ●●● $\ell = 1$ | Iteration 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| $t_j$ | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |

abhängige Veränderung

Verdoppelung des Produktionszyklus des Produkts 1. Da Produkt 3 Vorgänger von Produkt 1 ist, wird auch dessen Produktionszyklus verdoppelt.

| | |
|---|---|
| $Z_{\text{neu}} = 655.00$ | Die neue Lösung ist besser als die bisherige Lösung. |
| $t_{1\text{neu}} = 2, t_{3\text{neu}} = 2, Z_{\text{alt}} = 655.00$ | Die neue Lösung wird beibehalten. |
| ●●● $\ell = 2$ | Iteration 2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| $t_j$ | 4 | 1 | 4 | 1 | 1 |

abhängige Veränderung

Es wird versucht, die Länge des Produktionszyklus des Produkts 1 (und damit zusammenhängend auch den Produktionszyklus des Produkts 3) erneut zu verdoppeln.

| | |
|---|---|
| $Z_{\text{neu}} = 602.50$ | Die neue Lösung ist besser als die bisherige Lösung. |
| $t_{1\text{neu}} = 4, t_{3\text{neu}} = 4, Z_{\text{alt}} = 602.50$ | Die neue Lösung wird beibehalten. |
| ●●● $\ell = 3$ | Iteration 3 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 3 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| $t_j$ | 8 | 1 | 8 | 1 | 1 |

abhängige Veränderung

Es wird noch einmal versucht, den Produktionszyklus des Produkts 1 (und damit zusammenhängend auch den Produktionszyklus des Produkts 3) zu verdoppeln.

| | |
|---|---|
| $Z_{\text{neu}} = 666.25 > Z_{\text{alt}}$ | Diese Lösung führt zu einer Erhöhung der Kosten und wird daher verworfen. Der beste bisher gefundene Produktionszyklus für Produkt 1 ist der in Iteration 2 ermittelte Produktionszyklus. |
| ●● $k = 2$ | Produkt 2 |
| ●●● $\ell = 1$ | Iteration 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| $t_j$ | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 |

abhängige Veränderungen

Der Produktionszyklus des Produkts 2 wird verdoppelt. Da die Produkte 4 und 5 Vorgänger des Produkts 2 sind, werden ihre Produktionszyklen angepaßt. Produkt 3 ist zwar auch Vorgänger von Produkt 2; sein Produktionszyklus ist aber bereits ausreichend lang.

| | |
|---|---|
| $Z_{\text{neu}} = 562.50$ | Durch diese Lösung ist eine Verringerung der Kosten möglich. |

$t_{2\text{neu}} = 2, t_{4\text{neu}} = 2, t_{5\text{neu}} = 2,$

$Z_{\text{alt}} = 562.50$ Die neue Lösung wird beibehalten.

●●● $\ell = 2$ Iteration 2

| $\beta_j$ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_j$ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

abhängige Veränderungen

Es wird versucht, den Produktionszyklus des Produkts 2 erneut zu verdoppeln, wobei die Produktionszyklen der Produkte 4 und 5 angepaßt werden.

$Z_{\text{neu}} = 782.50 > Z_{\text{alt}}$ Dadurch steigen die Kosten. Die Verdoppelung wird daher verworfen.

● $u = 1$ Dispositionsstufe 1

●● $k = 3$ Produkt 3

●●● $\ell = 1$ Iteration 1

| $\beta_j$ | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_j$ | 4 | 2 | 8 | 2 | 2 |

Der Produktionszyklus des Produkts 3 wurde bereits im Zusammenhang mit der Betrachtung des Produkts 1 verlängert. Er wird nun noch einmal verdoppelt.

$Z_{\text{neu}} = 656.25 > Z_{\text{alt}}$ Die neue Lösung verursacht höhere Kosten. Sie wird daher verworfen.

●● $k = 4$ Produkt 4

●●● $\ell = 1$ Iteration 1

| $\beta_j$ | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_j$ | 4 | 2 | 4 | 4 | 2 |

Der Produktionszyklus des Produkts 4 wurde schon bei der Veränderung des Produktionszyklus des Produkts 2 erhöht.

$Z_{\text{neu}} = 697.50 > Z_{\text{alt}}$ Die neue Lösung verursacht höhere Kosten. Sie wird daher verworfen.

●● $k = 5$ Produkt 5

●●● $\ell = 1$ Iteration 1

| $\beta_j$ | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_j$ | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 |

Auch der Produktionszyklus des Produkts 5 wurde bereits bei der Veränderung des Produktionszyklus des Produkts 2 verlängert. Es wird nun eine weitere Verdoppelung überprüft.

$Z_{\text{neu}} = 657.50 > Z_{\text{alt}}$ Die neue Lösung wird wegen der damit verbundenen Kostenerhöhung verworfen.

Die nach Beendigung des Schritts B vorliegenden Produktionszyklen $t_k$ sind in Tabelle D.3 wiedergegeben. Die durchschnittlichen Kosten pro Periode gemäß der Zielfunktion (C.341) für diesen vorläufigen Produktionsplan betragen 562.50.

| $k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_k$ | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| $t_k$ | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 |

Tabelle D.3: Produktionszyklen nach Abschluß von Schritt B

Im nun folgenden Schritt C wird überprüft, ob diese Lösung durch die Verkürzung von Produktionszyklen weiter verbessert werden kann.

**Schritt C:** Verkürzung der Produktionszyklen

● $u = 0$ — Dispositionsstufe 0

●● $k = 1$ — Produkt 1

●●● $\ell = 1$ — Iteration 1

$Z_{\text{alt}} = 562.50$ — Kosten der in Schritt B ermittelten Lösung

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| $t_j$ | 2 | 2 | 4 | 2 | 2 |

Versuchsweise Halbierung des Produktionszyklus des Produkts 1. Die anderen Produktionszyklen bleiben unverändert.

$Z_{\text{neu}} = 652.50 > Z_{\text{alt}}$ — Die neue Lösung führt zu einem Kostenanstieg; sie wird daher verworfen.

●● $k = 2$ — Produkt 2

●●● $\ell = 1$ — Iteration 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 |
| $t_j$ | 4 | 1 | 4 | 2 | 2 |

Verkürzung des Produktionszyklus des Produkts 2.

$Z_{\text{neu}} = 642.50 > Z_{\text{alt}}$ — Die Lösung verursacht einen Kostenanstieg. Die Verkürzung wird verworfen.

● $u = 1$ — Dispositionsstufe 1

●● $k = 3$ — Produkt 3

●●● $\ell = 1$ — Iteration 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $t_j$ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | abhängige Veränderung | | | | |

Probeweise Halbierung des Produktionszyklus des Produkts 3. Der Produktionszyklus des Erzeugnisses 1 wird angepaßt.

$Z_{\text{neu}} = 615.00 > Z_{\text{alt}}$ — Die neue Lösung wird wegen der erhöhten Kosten verworfen.

●● $k = 4$ — Produkt 4

●●● $\ell = 1$ — Iteration 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 |
| $t_j$ | 4 | 1 | 4 | 1 | 2 |
| | | abhängige Veränderung | | | |

Halbierung des Produktionszyklus des Produkts 4. Der Produktionszyklus des Produkts 2 wird angepaßt.

$Z_{\text{neu}} = 612.50 > Z_{\text{alt}}$ — Die Reduzierung des Produktionszyklus wird verworfen.

●● $k = 5$ — Produkt 5

●●● $\ell = 1$ — Iteration 1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_j$ | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| $t_j$ | 4 | 1 | 4 | 2 | 1 |
| | | abhängige Veränderung | | | |

Halbierung des Produktionszyklus für Produkt 5. Der Produktionszyklus des Erzeugnisses 2 wird wieder angepaßt.

| | |
|---|---|
| $Z_{\text{neu}} = 632.50 > Z_{\text{alt}}$ | Der Zielfunktionswert wird nicht verringert. Daher wird auch die Verkürzung des Produktionszyklus des Produkts 5 nicht beibehalten. Schritt C hat damit zu keiner Verbesserung der in Schritt B ermittelten Lösung geführt. |
| □ | Ende des Beispiels – Phase I – Stufe 1 |

Der in Tabelle D.3 angegebene Produktionsplan konnte in Schritt C nicht verbessert werden.

# Beispiel zum Verfahren von Heinrich, Phase II

Im Folgenden werden für das obige Beispiel aus den nach Abschluß der Phase I vorliegenden Produktionszyklen drei alternative Produktionspläne erzeugt.

1. **Direkte Implementation der in Phase I errechneten Produktionszyklen**

   Die direkte Umsetzung der in Phase I des Verfahrens errechneten Produktionszyklen in erzeugnisspezifische Produktionspläne wird durch die Beziehungen (D.143) und (D.144) beschrieben.

$$q_{k\tau} = \sum_{t=\tau}^{\tau+t_k-1} \underbrace{d_{kt}}_{\text{Gesamtbedarf des Produkts } k \text{ in Periode } t} \qquad k = 1, 2, ..., K;\ \tau = 1, t_k + 1, ... \qquad \text{(D.143)}$$

$$q_{k\tau} = 0 \qquad k = 1, 2, ..., K;\ t = 1, 2, ..., T;\ t \neq \tau \qquad \text{(D.144)}$$

   Auf der Grundlage der in Stufe 1 der Phase I ermittelten Produktionszyklen (gekoppelte Produktionspläne) ergibt sich der in Tabelle D.1 dargestellte Produktionsplan.

| $k\backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 34 | – | – | – | 46 | – | – | – | 923 |
| 2 | 83 | – | 74 | – | 90 | – | 73 | – | 971 |
| 3 | 191 | – | – | – | 209 | – | – | – | 688 |
| 4 | 83 | – | 74 | – | 90 | – | 73 | – | 1084 |
| 5 | 83 | – | 74 | – | 90 | – | 73 | – | 913 |
| | | | | | | | | Gesamtkosten: | 4579 |

Tabelle D.1: Produktionsplan 1

   Die Angaben in der Spalte „Kosten“ enthalten die Rüstkosten und die Kosten für die Lagerung des systemweiten Lagerbestandes (= kumulierte Produktionsmenge – kumulierte Verflechtungsbedarfsmenge).

2. **Anpassung der Kostenparameter**

   Die Anpassung der Kostenparameter geschieht im Prinzip in der von *Blackburn und Millen* für konvergierende Erzeugnisstrukturen vorgeschlagenen Weise, wobei der Möglichkeit Rechnung getragen wird, daß der Produktionszyklus eines übergeordneten Produkts $k$ länger sein kann als der Produktionszyklus eines Vorgängerprodukts $j$. Die Modifikation der Lagerkostensätze erfolgt nach Gleichung (D.145).

Direktbedarfskoeffizient zwischen den Produkten $j$ und $k$

voller Lagerkostensatz des Produkts $j$

$$H_k = e_k + \sum_{\substack{j \in \mathcal{V}_k \\ m_{jk} \geq 1}} H_j \cdot a_{jk} \cdot m_{jk} + \sum_{\substack{j \in \mathcal{V}_k \\ m_{jk} < 1}} h_j \cdot a_{jk} \qquad k = 1, 2, ..., K \tag{D.145}$$

Verhältnis der Produktionszyklen der Produkte $j$ und $k$

marginaler Lagerkostensatz des Produkts $k$

Ist der Produktionszyklus eines untergeordneten Produkts $j$ kürzer als der Produktionszyklus des übergeordneten Produkts $k$, dann werden für Erzeugnis $j$ keine Bestände gelagert, die zum Einbau in Produkt $k$ vorgesehen sind. *Heinrich* berücksichtigt im letzten Summanden der Gleichung (D.145) für derartige Produkte daher nur die vollen Lagerkostensätze.
Die modifizierten Rüstkosten des Produkts $k$ werden nach Gleichung (D.146) berechnet, wobei eine Kostenüberwälzung nur von solchen untergeordneten Produkten $j$ erfolgt, deren Produktionszyklus mindestens so lang ist wie der Produktionszyklus des Produkts $k$.

Faktoren zur mengenbezogenen Proportionalisierung

$$S_k = s_k + \sum_{\substack{j \in \mathcal{V}_k \\ m_{jk} \geq 1}} S_j \cdot \frac{\alpha_{jk}}{m_{jk}} \qquad k = 1, 2, ..., K \tag{D.146}$$

Verhältnis der Produktionszyklen der Produkte $j$ und $k$

unmodifizierter Rüstkostensatz des Produkts $k$

Die Faktoren $\alpha_{jk}$ dienen zur mengenbezogenen Proportionalisierung der Rüstkosten von Produkten mit mehreren Nachfolgern. Ihre Berechnung kann sich an der Anzahl direkter Nachfolger oder an den Sekundärbedarfsmengen orientieren.

a) **Nachfolgerproportionale Anpassung der Kostenparameter**

Bei nachfolgerproportionaler Kostenanpassung ist der Verteilungsfaktor $\alpha_{kj}$ gleich dem Kehrwert der Anzahl der direkten Nachfolger $j$ ($j \in \mathcal{N}_k$) des Produkts $k$, die einen Produktionszyklus haben, der nicht länger ist als der Produktionszyklus des Produkts $k$. Auf der Grundlage der in Tabelle D.3 angegebenen Produktionszyklen erhält man die in Tabelle D.2 wiedergegebenen Verteilungsfaktoren. Setzt man diese Faktoren in die Gleichungen (D.145) und (D.146), dann erhält man die in Tabelle D.3 zusammengestellten modifizierten Kostensätze.

| $k \rightarrowtail j$ | $3 \rightarrowtail 1$ | $3 \rightarrowtail 2$ | $4 \rightarrowtail 2$ | $5 \rightarrowtail 2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha_{kj}$ | 0.5 | 0.5 | 1.0 | 1.0 |

Tabelle D.2: Verteilungsfaktoren bei nachfolgerproportionaler Kostenanpassung

| $k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $S_k$ | 425 | 412.50 | 50 | 100 | 100 |
| $H_k$ | 2 | 10 | 1 | 4 | 3 |

Tabelle D.3: Modifizierte Kostensätze bei nachfolgerproportionaler Kostenanpassung

Unter Berücksichtigung dieser modifizierten Kostensätze wird nun für jedes Produkt ein dynamisches Einprodukt-Losgrößenproblem (Modell SIULSP) gelöst. Der in dieser Weise ermittelte Produktionsplan 2 ist in Tabelle D.4 zusammengefaßt.

| $k \backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 80 | – | – | – | – | – | – | – | 707 |
| 2 | 38 | 79 | – | 40 | 42 | 83 | – | 38 | 1269 |
| 3 | 118 | 79 | – | 82 | – | 83 | – | 38 | 668 |
| 4 | 38 | 79 | – | 40 | 42 | 83 | – | 38 | 876 |
| 5 | 38 | 79 | – | 40 | 42 | 83 | – | 38 | 807 |
| | | | | | | | | Gesamtkosten: | 4327 |

Tabelle D.4: Produktionsplan 2

b) **Bedarfsproportionale Anpassung der Kostenparameter**

Bei der bedarfsproportionalen Kostenanpassung bilden die relativen Bedarfsmengen der direkten Nachfolger eines Produkts die Basis für die Proportionalisierung der Rüstkosten.[84] Für das Beispiel erhalten wir in diesem Fall die in Tabelle D.5 angegebenen Verteilungsfaktoren sowie die in Tabelle D.6 zusammengefaßten modifizierten Kostensätze.

| $k \rightarrowtail j$ | $3 \rightarrowtail 1$ | $3 \rightarrowtail 2$ | $4 \rightarrowtail 2$ | $5 \rightarrowtail 2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha_{kj}$ | $\frac{D_1}{D_3} = 0.2$ | $\frac{D_2}{D_3} = 0.8$ | $\frac{D_2}{D_4} = 1.0$ | $\frac{D_2}{D_5} = 1.0$ |

Tabelle D.5: Verteilungsfaktoren bei bedarfsproportionaler Kostenanpassung

84 vgl. auch *Gardiner und Blackstone* (1995)

| $k$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $S_k$ | 410 | 420 | 50 | 100 | 100 |
| $H_k$ | 2 | 10 | 1 | 4 | 3 |

Tabelle D.6: Modifizierte Kostensätze bei bedarfsproportionaler Kostenanpassung

| $k\backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 80 | – | – | – | – | – | – | – | 707 |
| 2 | 38 | 79 | – | 82 | – | 83 | – | 38 | 1111 |
| 3 | 118 | 79 | – | 82 | – | 83 | – | 38 | 668 |
| 4 | 38 | 79 | – | 82 | – | 83 | – | 38 | 944 |
| 5 | 38 | 79 | – | 82 | – | 83 | – | 38 | 833 |
| | | | | | | | | Gesamtkosten: | 4263 |

Tabelle D.7: Produktionsplan 3

Der resultierende Produktionsplan ist in Tabelle D.7 wiedergegeben. Dieser Produktionsplan ist optimal.

# Beispiel zum Verfahren von Graves

Betrachten wir als Beispiel eine lineare Erzeugnisstruktur mit dem Endprodukt 1 und dem untergeordneten Erzeugnis 2. Für das Endprodukt liegen die in Tabelle D.1 angegebenen Bedarfsmengen vor. Der Direktbedarfskoeffizient beträgt 1. Wie die folgenden Berechnungen zeigen, sinken im Beispiel die Gesamtkosten von 426 auf 424. *Graves* hat nachgewiesen, daß das Verfahren in einer endlichen Folge von Iterationen zu einem (lokalen) Optimum konvergiert. Das beschriebene Grundkonzept der Bestimmung marginaler Kosten kann auch auf generelle Erzeugnisstrukturen angewandt werden.[85]

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{1t}$ | 5 | 12 | 8 | 9 | 7 | 19 | 11 | 9 |

Tabelle D.1: Bedarfsmengen für das Endprodukt 1

Der Lagerkostensatz für das Produkt 1 (2) beträgt 2 (1). Der Rüstkostensatz ist für beide Produkte 50. Die variablen Produktionskosten werden für beide Produkte und alle Perioden Null gesetzt.

## Beispiel zum Verfahren von Graves

Iteration 0:

Problem SIULSP[$d_{1t}, s_1 = 50, h_1 = 2,$
$p_{1t} = 0$ $(t = 1, 2, ..., 8)$]
$q_{11} = 17, q_{13} = 24, q_{16} = 39$ — Optimale Lösung

Iteration 1:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{2t}$ | 17 | 0 | 24 | 0 | 0 | 39 | 0 | 0 |

Gesamtbedarfsmengen für Produkt 2

Problem SIULSP[$d_{2t}, s_2 = 50, h_2 = 1,$
$p_{2t} = 0$ $(t = 1, 2, ..., 8)$]
$q_{21} = 41, q_{26} = 39$ — Optimale Lösung
$\pi_{21} = 0, \pi_{22} = 1, \pi_{23} = 2, \pi_{24} = 3,$

85 vgl. *Graves* (1981); *Heinrich* (1987), S. 77–82

$\pi_{25} = 4, \pi_{26} = 0, \pi_{27} = 1, \pi_{28} = 2$

Marginale Kosten der Erhöhung der Periodenbedarfsmengen für das untergeordnete Produkt 2. Wird die aus dem Produkt 1 abgeleitete Bedarfsmenge für Produkt 2 z. B. in Periode 5 um eine Einheit erhöht, dann muß diese Einheit unter der Annahme unveränderter Losgrößen und Produktionszeitpunkte für Produkt 2 schon zum letzten Produktionstermin des Produkts 2 (Periode 1) hergestellt werden und bis zur Periode 5 gelagert werden. Die damit verbundenen Lagerkosten für Produkt 2 betragen $(5-1)\cdot 1 = 4$. Diese Kosten sind bei der Entscheidung über die Erhöhung der Produktionsmenge des übergeordneten Produkts 1 in Periode 5 zusätzlich zu berücksichtigen.

$p_{11} = 0, p_{12} = 1, p_{13} = 2, p_{14} = 3,$
$p_{15} = 4, p_{16} = 0, p_{17} = 1, p_{18} = 2$

Erhöhung der variablen Produktionskosten des Produkts 1 um die marginalen Kosten

Problem SIULSP[$d_{1t}, s_1 = 50, h_1 = 2,$
$p_{1t}$ $(t = 1, 2, ..., 8)$]

$q_{11} = 41, q_{16} = 39$

Optimale Lösung. Die Losgrößen des Produkts 1 haben sich verändert. Daher ist ein erneuter Durchlauf erforderlich.

Iteration 2:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{2t}$ | 41 | 0 | 0 | 0 | 0 | 39 | 0 | 0 |

Gesamtbedarfsmengen für Produkt 2

Problem SIULSP[$d_{2t}, s_2 = 50, h_2 = 1,$
$p_{2t} = 0$ $(t = 1, 2, ..., 8)$]

$q_{21} = 41, q_{26} = 39$

Optimale Lösung. Sie ist gegenüber Iteration 1 unverändert. Daher erübrigt sich eine erneute Betrachtung des Produkts 1.

□ Ende des Beispiels

# Beispiel zum Verfahren von Simpson und Erenguc

Betrachten wir zur Veranschaulichung das Beispiel, das wir bereits für die Darstellung des Verfahrens von *Heinrich*[86] verwendet haben. Das Verfahren von *Simpson und Erenguc* beginnt mit folgendem Produktionsplan, in dem die Produktionsmengen gleich den Gesamtbedarfsmengen gesetzt werden.

| $k \backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 12 | 8 | 9 | 7 | 19 | 11 | 9 | 3200 |
| 2 | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 1600 |
| 3 | 43 | 57 | 42 | 49 | 49 | 67 | 46 | 47 | 400 |
| 4 | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 800 |
| 5 | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 800 |
| | | | | | | | | Gesamtkosten: | 6800 |

Tabelle D.1: Startlösung (Iteration $\ell = 0$)

Aufgrund dieses Produktionsplans werden nun für jedes Produkt und jede Produktionsperiode die Prioritätsziffern ermittelt.

| $k \backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 0.060 | 0.040 | 0.045 | <u>0.035</u> | 0.095 | 0.055 | 0.045 |
| 2 | – | 1.013 | 0.765 | 0.900 | 0.945 | 1.080 | 0.788 | 0.855 |
| 3 | – | 1.140 | 0.840 | 0.980 | 0.980 | 1.340 | 0.920 | 0.940 |
| 4 | – | 1.800 | 1.360 | 1.600 | 1.680 | 1.920 | 1.400 | 1.520 |
| 5 | – | 1.350 | 1.020 | 1.200 | 1.260 | 1.440 | 1.050 | 1.140 |

Tabelle D.2: Prioritätsziffern der Startlösung (Iteration $\ell = 0$)

Wie Tabelle D.2 zeigt, ist es am günstigsten, wenn die Produktionsmengen $q_{15}^0$ in die Periode 4 vorgezogen wird. Die neuen Produktionsmengen betragen dann $q_{14}^1 = 9 + 7 = 16$ und $q_{15}^1 = 0$. In diesem Fall entstehen zusätzliche Lagerkosten für 7 ME des Produkts 1. Außerdem müssen die entsprechenden Mengen des Vorprodukts 3 früher produziert und eingelagert werden ($q_{34}^1 = 49 + 7 = 56$; $q_{35}^1 = 49 - 7 = 42$). Den zusätzlichen Lagerkosten (14) stehen die Einsparungen an Rüstkosten des Produkts 1 (400) gegenüber. Da Produkt 3 zwei Nachfolger hat, entfällt sein Rüstvorgang in Periode 5 nicht. Damit ergibt sich $\rho_{15}^0 = \frac{14}{400} = 0.035$. Der neue Produktionsplan ist in Tabelle D.3 wiedergegeben.

86 siehe S. 1

| $k \backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 12 | 8 | 16 | – | 19 | 11 | 9 | 2807 |
| 2 | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 1600 |
| 3 | 43 | 57 | 42 | 56 | 42 | 67 | 46 | 47 | 407 |
| 4 | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 800 |
| 5 | 38 | 45 | 34 | 40 | 42 | 48 | 35 | 38 | 800 |
| | | | | | | | | Gesamtkosten: | 6414 |

Tabelle D.3: Produktionsplan (Iteration $\ell = 1$)

Die aktuellen Prioritätsziffern, die sich nur für die Produkte 1 und 3 verändert haben, sind in Tabelle D.4 zusammengestellt.

| $k \backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | – | 0.060 | $\underline{0.040}$ | 0.080 | – | 0.190 | 0.055 | 0.045 |
| 2 | – | 1.013 | 0.765 | 0.900 | 0.840 | 1.080 | 0.788 | 0.855 |
| 3 | – | 1.140 | 0.840 | 1.120 | 0.840 | 1.340 | 0.920 | 0.940 |
| 4 | – | 1.800 | 1.360 | 1.600 | 1.680 | 1.920 | 1.400 | 1.520 |
| 5 | – | 1.350 | 1.020 | 1.200 | 1.260 | 1.440 | 1.050 | 1.140 |

Tabelle D.4: Prioritätsziffern (Iteration $\ell = 1$)

Nun ist es vorteilhaft, die Produktionsmengen $q_{12}$ und $q_{13}$ zusammenzufassen und die Produktion des untergeordneten Produkts 3 entsprechend anzupassen. Dadurch sinken die Kosten auf 6030. Nach insgesamt neun Iterationen ergibt sich die in Tabelle D.5 angegebene Lösung.

| $k \backslash t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Kosten |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 80 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 707 |
| 2 | 38 | 79 | 0 | 82 | 0 | 83 | 0 | 38 | 1111 |
| 3 | 118 | 79 | 0 | 82 | 0 | 83 | 0 | 38 | 668 |
| 4 | 38 | 79 | 0 | 82 | 0 | 83 | 0 | 38 | 944 |
| 5 | 38 | 79 | 0 | 82 | 0 | 83 | 0 | 38 | 833 |
| | | | | | | | | Gesamtkosten: | 4263 |

Tabelle D.5: Produktionsplan (Iteration $\ell = 9$)

Dies ist der Plan, der mit dem Verfahren von *Heinrich* bei bedarfsproportionaler Kostenanpassung[87] ermittelt wurde.

87 siehe Produktionsplan 3, S. 4